

EVOLUTION VON PRODUKTIONS- SYSTEMEN

UMRISSE EINER QUALITATIVEN THEORIE DES WACHSTUMS

KARL-HEINZ BRODBECK

© 1998 *Karl-Heinz Brodbeck*

Dieser Text ist die Ausarbeitung eines Vortrags, den ich am 7. Januar 1980 im Forschungsseminar, veranstaltet von Prof. Dr. Edwin von Böventer, Prof. Dr. Hans Möller, Prof. Dr. Franz Gehrels, Prof. Dr. Frank E. Münnich, an der Universität München gehalten habe. Er lag im November 1981 als Discussion-Paper in der vorliegenden Fassung am Volkswirtschaftlichen Institut der Universität München vor. Eine ausführliche Darstellung meiner *Qualitativen Theorie der Produktion* findet sich in Brodbeck (1981).

INHALT

1 Einleitung	3
2 Qualitative Strukturen der Produktion	4
3 Integration von Produktionssystemen	6
4 Mechanisierung in Systemen von Elementarprozessen	8
5 Evolution von Produktionssystemen	11
Anhang: Beweise	17
Literatur	18
Zusammenfassung	19
Summary	19

1 EINLEITUNG

Die menschliche Produktion wird in der Ökonomie repräsentiert durch Produktionsfunktionen. Dabei wird unterstellt, daß der Informationsgehalt einer Produktionsfunktion spezifisch technisch- physikalischer Natur ist. So sagt etwa Samuelson: »Until the laws of thermodynamics are repealed, I shall continue to relate output to inputs - i.e. to believe in production functions.«¹ Die Entscheidungsfreiheit ist in dieser Formulierung nur die Wahl zwischen physikalisch möglichen Güter- und Faktorquantitäten; eine Firma wählt einen Punkt auf ihrer Produktionsfunktion. Anders formuliert wird der ökonomische Prozeß vorgestellt als quantitative Anpassung in einem *gegebenen* Güterraum. Neue Güter werden dann als vorübergehende Störung eines Gleichgewichtes eingeführt.

Diese Sichtweise der Produktion ist wenigstens verkürzt. Gegenstand wirtschaftlicher Entscheidungen sind keineswegs nur Güterquantitäten, sondern zunächst Güterarten. Man entscheidet zuerst, *was* produziert werden soll, um dann Produktionstechnik und Produktmenge festzulegen. In allen teleologischen Systemen »unterscheiden wir jedoch immer noch die wirkende Ursache von der Zweckursache ihrer verschiedenen Bewegungen und Organisationen.«² Entscheidungen der Produktion sind simultan Entscheidungen über die Art des Güterraumes, in dem produziert werden soll.

Dieser modale Unterschied zwischen den qualitativen und quantitativen Aspekten der Produktion wird in der vorliegenden Arbeit dahingehend berücksichtigt, daß die Güterarten selbst als Gegenstand der Produktionsentscheidungen thematisiert werden. Mit Hilfe einer mengentheoretischen Formulierung kann gezeigt werden, daß die Integration von Produktionsprozessen und deren Mechanisierung Konsequenzen einer Vervielfältigung der Güterarten sind. Die Produktion wird zwar auch verstanden als »production of commodities by means of commodities«³, hier jedoch eingedenk der Tatsache, daß dieser Prozeß von einer Ausdehnung des Güterspektrums und einer permanenten Veränderung der Güterarten begleitet ist. Die Produktion erscheint somit als Evolutionsprozeß.

Richtet man das Augenmerk auf die Zahl der Güterarten und die Zahl der technisch durchführbaren Produktionsprozesse, so läßt sich der äußere, formale Rahmen dieses Evolutionsprozesses auch dynamisch beschreiben. Im Unterschied zu Samuelsons Auffassung, daß »the historical movement of a system may not be dynamical«⁴ läßt sich durch den hier vorgelegten Ansatz ein historischer Evolutionsprozeß der Produktion mit den Mitteln dynamischer Analyse darstellen.

¹ P. A. Samuelson (1966), S. 444.

² A. Smith, (1977), S. 129f.

³ P. Sraffa, (1960).

⁴ P. A. Samuelson, (1974), S. 314.

2 QUALITATIVE STRUKTUREN DER PRODUKTION

Gehen wir zunächst davon aus, daß für einen bestimmten Zeitpunkt die Menge der Produktionsziele $Z = \{Z_1 \dots Z_n\}$ gegeben ist. Ist $Z_i \in Z$ irgendein Produktionsziel, $i \in I_Z$,⁵ so gibt es zu diesem Ziel ein Produkt X_i , falls dieses Produktionsziel realisierbar ist, falls also eine Transformation $Z_i \rightarrow X_i$ existiert. Die Menge der Produkte X ist somit eine Teilmenge der Produktionsziele, $X \subset Z$. Jedes Produkt ist ein realisiertes Produktionsziel, aber nicht jedes Produktionsziel ist realisierbar.

Ein Produktionsziel wird mit bestimmten Produktionsmitteln realisiert. Als Produktionsmittel kann nur dienen, was entweder als Produktionsfaktor verfügbar, oder Teil des technischen Wissens, d.h. wenigstens bekannt und prinzipiell als Produktionsfaktor verwendbar ist. Die Arten der Produktionsfaktoren erhält man durch eine geeignete Klassifikation⁶ der Verursachungsseite der Produktion. Wir unterscheiden hier zwischen der Menge der nichtmenschlichen Ressourcen R , der Menge der Arbeitsarten A und den Produktionszielen Z . Eine Kombination zwischen verschiedenen Elementen von Ressourcen, Arbeitsarten und Produktionszielen nennen wir eine *Prozeßkombination* P_j und definieren das Tripel

$$P_j := [A_j, R_j, Z_j]; \quad j \in I_P \quad (1)$$

Hierbei sei

$$A_j \in \mathcal{P}(A), \quad R_j \in \mathcal{P}(R), \quad Z_j \in \mathcal{P}(Z). \quad \mathcal{P}(\cdot)$$

bezeichnet die Potenzmenge der respektiven Mengen A , R und Z , d.h. die Menge aller Kombinationsmöglichkeiten zwischen Elementen je einer dieser Mengen.

Für gegebene Produktionsziele ist nun zu unterscheiden zwischen jenen Prozeßkombinationen - kurz Prozessen -, die sich aus verfügbaren Ressourcen und Arbeitsarten ergeben und solchen, die nur Element des technischen Wissens sind, gleichsam nur auf dem Papier existieren. Denn das technische Wissen ist unmittelbar unabhängig vom jeweils verfügbaren Bestand an Ressourcen und Arbeitsarten. Es ergeben sich hier vier Fälle:

		Elemente der Prozesse sind verfügbar	
		ja	nein
Prozeßkombinationen sind technisch möglich	ja	durchführbar zur Zeit t	durchführbar zur Zeit $t + \tau_1$
	nein	durchführbar zur Zeit $t + \tau_2$ mit positiver Wahrscheinlichkeit	???

Sind die Produktionsfaktoren verfügbar und existiert ein hierfür einschlägiges technisches Wissen, dann ist ein Produktionsziel realisierbar; es gibt eine Transformation des Produktions-

⁵ I bezeichne die Indexmenge $\{1, 2, \dots, k\}$, wobei k die Kardinalzahl der Menge ist, die als Subskript auftaucht: $k = |M|$ für I_M .

⁶ Vgl. K.-H. Brodbeck (1981), s. 4ff. und 13.f.

zieles in das zugehörige Produkt: $Z_i \rightarrow X_i$. Ist zwar die technische Kenntnis vorhanden, sind aber einige der darin einbegriffenen Produktionsfaktoren nicht verfügbar, so kann das Produktionsziel zu einem späteren Zeitpunkt $t + \tau_1$ realisiert werden: Entweder durch Qualifikation von benötigten Arbeitsarten oder durch die Produktion der fehlenden Ressourcen.⁷ τ_1 entspräche dann der Länge des eingeschlagenen Produktionsumweges ausgehend von den bestehenden Ressourcenarten. Im dritten Fall ist die Frage gestellt, ob ein Produktionsziel mit gegebenen Faktoren realisiert werden kann, wenn hierzu das notwendige technische Wissen noch nicht verfügbar ist. Die Antwort kann für einen definierten Zeitraum nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit angegeben werden.

Sind nun A^v und R^v die verfügbaren Arten von Produktionsfaktoren und sind Z^v die vorgegebenen Produktionsziele, so ergibt sich die Menge der möglichen Prozeßkombinationen, die aus den verfügbaren Elementen der Produktion gebildet werden können mit

$$P^v := \mathcal{P}(A^v) \times \mathcal{P}(R^v) \times \mathcal{P}(Z^v). \quad (2)$$

(Der Index »v« steht für »verfügbar«.) Im Unterschied hierzu denken wir uns das technische Wissen als Verzeichnis der empirisch erprobten Prozeßkombinationen. Es finden sich in diesem Verzeichnis gleichfalls Faktoren und Produktionsziele, die wir mit dem Index μ versehen wollen. Die Menge aller erfolgreichen technologischen Experimente - nichts anderes ist das technische Wissen - sei dann mit P^μ bezeichnet.⁸ Ein Prozeß P heißt dann durchführbar oder P^δ , wenn er Element von P^μ und P^v ist:

$$P^\delta := P^v \cap P^\mu. \quad (3)$$

Das eigentliche Problem der Analyse liegt nun darin, daß das technische Wissen nicht aus der Kenntnis der Produktionsfaktoren und Produktionsziele abgeleitet werden kann. Das Neue, das in jeder Erfindung, in jedem Experiment verborgen liegt, der »göttliche Funke« (A. Koestler), läßt sich nicht »endogenisieren«. Man kann nicht a priori sagen, ob eine Prozeßkombination durchführbar ist oder nicht. Andererseits ist aber die Zahl der durchführbaren Prozesse P^δ auch nicht unabhängig von der Zahl der verfügbaren Prozeßkombinationen P^v . Von den Faktorkombinationen, die sich mit verfügbaren Faktoren bilden lassen, wird stets ein bestimmter Teil durchführbar sein. Dieser Prozentsatz ist für jede bestimmte Prozeßkombinationenmenge gegeben. Wir formulieren deshalb folgende *Hypothese*:

$$g = f(v), \quad f'(v) = \frac{df}{dv} > 0. \quad (4)$$

⁷ Dies gilt natürlich nur, wenn es sich um reproduzierbare Ressourcen handelt; doch dies wollen wir hier voraussetzen.

⁸ Es muß hier gelten:

$$P^\mu \subseteq \mathcal{P}(A^\mu) \times \mathcal{P}(R^\mu) \times \mathcal{P}(Z^\mu),$$

wobei hier in der Regel die strikte Teilmenge gelten wird.

wobei $\mathbf{g} = |\mathbf{P}^\delta|$ und $\mathbf{v} = |\mathbf{P}^\nu|$.⁹ Je größer also die Zahl der Kombinationsmöglichkeiten zwischen Produktionszielen und -faktoren ist, desto größer wird auch die Zahl jener Kombinationsmöglichkeiten sein, die technisch realisierbar sind. Man kann diese Hypothese auch so begründen: Wenn in der Produktion nur Ziele verfolgt werden, die wenigstens eine positive Wahrscheinlichkeit der Realisierbarkeit besitzen, dann nimmt der Erwartungswert der realisierbaren Ziele mit der Zahl der Prozebelemente zu. Einfachheit halber sei hier jedoch die deterministische Form (4) dieser Hypothese gewählt.

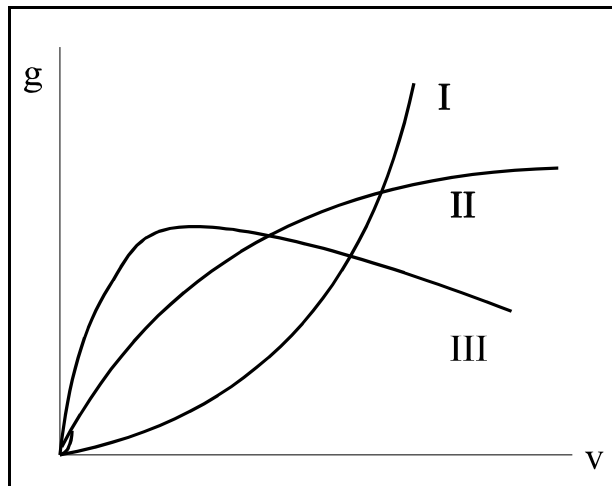


Abbildung 1

Die Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{v})$ kann im Prinzip folgende Verlaufsformen besitzen. Im Fall I ($\mathbf{f}'' > 0$) würde die Chance der Realisierbarkeit von Produktionszielen mit zunehmender Zahl an Ziel- und Faktorarten zunehmen, im Fall II ($\mathbf{f}'' < 0$) würde diese Chance sinken. Den Fall III wollen wir ausschließen; hier existierte eine maximale Komplexität der Produktion, jenseits derer die Realisierungschance für Produktionsziele sank. Für die nachfolgende Argumentation sei (4) unterstellt, zwischen einer ›optimistischen‹ und einer ›pessimistischen‹ (I versus II) Variante des technischen Wandels braucht nicht unterschieden zu werden.

3 INTEGRATION VON PRODUKTIONSSYSTEMEN

Bislang sprachen wir abstrakt von Prozeßkombinationen. Erste Schlußfolgerungen aus unserem Modell ergeben sich, wenn man mehrere Prozeßkombinationen zu Systemen zusammenfaßt. Es läßt sich darin dann die Wirkung der Integration von Prozessen studieren. Als *Produktionssystem* S sei das folgende Paar definiert:

$$S := [P^\nu, P^\mu]. \quad (5)$$

Aus dem bislang Gesagten erhellt dann, daß es zu jedem Produktionssystem eine Menge durchführbarer Prozesse \mathbf{P}^δ gibt; wir schreiben hierfür kurz:

$$P^\delta(S) = P^\nu \cap P^\mu .$$

⁹ $\mathbf{g} = |\mathbf{P}^\delta|$ und $\mathbf{v} = |\mathbf{P}^\nu| \in \mathbb{N}$ (die jeweiligen Kardinalzahlen dieser Mengen). Wir nehmen jedoch nachfolgend vereinfacht an: $\mathbf{g}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}$, wobei die Intervalle zwischen den ganzen Zahlen geeignet den ganzen Zahlen zugerechnet werden; $\mathbf{f}(\mathbf{v})$ kann dadurch als stetige und hinreichend oft differenzierbare Funktion unterstellt werden.

Als *Vereinigung*¹⁰ zweier - oder sukzessive mehrerer - Produktionssysteme S und S' definieren wir

$$S_v := S \cup S' \quad (6)$$

wobei vorausgesetzt sei, daß¹¹

$$P^\delta(S_v) = P^\delta(S) \cup P^\delta(S')$$

Vereinigte Systeme beeinflussen sich folglich gegenseitig nicht. Von dieser so definierten Vereinigung von Produktionssystemen ist eine wirkliche *Integration* zu unterscheiden. Man kann entweder, ohne die Faktor- und Zielarten zu verändern, das technische Wissen zweier oder mehrerer Produktionssysteme zusammenführen (etwa zweier Länder oder Firmen). Oder es können, bei gegebenem technischen Wissen, Faktor- und Produktionszielarten zwischen den Produktionssystemen kombiniert werden. Der bekannteste Fall ist hier der Tausch. Nehmen zwei Produktionssysteme gegenseitigen Austausch auf, so lassen sich durch geeignete Spezialisierung Produktionsziele umverteilen. Eine noch direktere Form wäre die gemeinsame Benutzung von Produktionsfaktoren.

Wird das technische Wissen zweier Produktionssysteme vereinigt, so wollen wir dies eine μ -*Integration* nennen. Wir schreiben hierfür

$$S(\mu) := [P^v; P^\mu \cup P'^\mu] \cup [P'^v; P^\mu \cup P'^\mu] \quad (7)$$

Analog sei hierzu als ν -*Integration* eine Integration der Faktoren und/oder Produktionsziele definiert:

$$P^\nu(\nu) P'^\nu = \mathcal{P}(A \cup A') \times \mathcal{P}(R \cup R') \times \mathcal{P}(Z \cup Z'). \quad (8)$$

Werden nur Arbeitsarten, oder nur nichtmenschliche Ressourcen bzw. Produktionsziele integriert, so können wir dies entsprechend ν_A -, ν_R - oder ν_Z -Integration nennen.¹²

Mit diesen Definitionen lassen sich folgende Aussagen treffen.¹³

¹⁰ Der Begriff »Vereinigung« ist hier in Anlehnung an die Mengenlehre gewählt.

¹¹ Damit ist für die Vereinigung von Produktionssystemen das Vorliegen positiver oder negativer externer Effekte ausgeschlossen.

¹² Eine ν_Z -Integration wäre etwa wie folgt zu definieren:

$$P^\nu(\nu_Z) P'^\nu := \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(R) \times \mathcal{P}(Z \cup Z') \cup \mathcal{P}(A') \times \mathcal{P}(R') \times \mathcal{P}(Z \cup Z').$$

¹³ Für längere Beweise der Sätze vgl. den Anhang und K.-H. Brodbeck, Produktion, Arbeitsteilung und technischer Wandel, Düsseldorf 1981, Kapitel 1.2-1.4.

1. Satz: Gilt: $\{[P^\mu - P'^\mu] \cap P^\nu \neq \emptyset \vee [P^\mu - P'^\mu] \cap P'^\nu \neq \emptyset\}$, so erhöht jede μ -Integration die Zahl der durchführbaren Prozesse, ausgehend von einem vereinigten Produktionssystem S_ν .

Dies läßt sich intuitiv so erläutern: Ist in einem der Produktionssysteme technisches Wissen vorhanden, über das das je andere System nicht verfügt, *und* bezieht sich dieses technische Wissen auf Faktor- und Produktionszielarten des je anderen Prozesses, dann erlaubt eine μ -Integration eine Erweiterung des Spektrums der produzierbaren Güter. Der Konditionalsatz schwächt dieses Resultat erheblich ab. Dieses Resultat ist eher negativ zu formulieren: Je heterogener Systeme sind, die integriert werden sollen, desto weniger wahrscheinlich befördert ein bloßer Austausch von technischem Wissen das Spektrum produzierbarer Güter. Anders jedoch im Fall der ν -Integration.

2. Satz: Sei S_ν ein vereinigt Produktionssystem aus S und S' . Jede ν -Integration $S(\nu)S'$, ausgehend von S_ν , erhöht die Zahl der durchführbaren Prozesse. Es gilt:

$$|P^\delta[S(\nu)S']| > |P^\delta(S_\nu)|.$$

Jeder Austausch von Produktionszielen, jede Kooperation zwischen Produktionsfaktoren zweier Produktionssysteme S und S' erhöht die Zahl der realisierbaren Güterarten, erweitert das Spektrum der anwendbaren Technologie. Zum Beweis dieses Satzes benötigen wir *nur* Annahme (4) als empirische Hypothese. Dieser Satz liefert ein wichtiges Indiz dafür, daß Formen der Kooperation die technische Entwicklung beschleunigen. Die Einführung des Tausches zwischen isolierten Produktionssystemen - um das wichtigste Beispiel zu nennen - wäre eine Form der ν -Integration. Aber auch andere soziale Institutionen, die die Kooperation zwischen Elementen isolierter Produktionssysteme bewerkstelligen, sind Formen der ν -Integration. Unter sonst gleichen Bedingungen sind also soziale Organisationsformen, die stärker integriert sind, weniger stark integrierten Systemen *technisch* überlegen. Herrscht zwischen Produktionssystemen eine Form von Konkurrenz (gleichgültig ob wirtschaftlicher oder politischer Art), so ist zu erklären, weshalb stärker integrierte Systeme dominieren werden.

Eine Konsequenz hieraus ist, daß in der marktwirtschaftlichen Konkurrenz, die zu einem großen Teil mit technischen Mitteln geführt wird, größere und komplexere Produktionseinheiten eher sich durchsetzen werden. Auch Zusammenschlüsse von Ländern können sich hier als technisch überlegen erweisen. Einschränkend muß jedoch angemerkt werden, daß derartige Aussagen nur für das gesamte integrierte System gelten. Die *interne* Verteilung der Vorteile der Integration kann erst für spezifische soziale und wirtschaftliche Organisationsformen erklärt werden.

4 MECHANISIERUNG IN SYSTEMEN VON ELEMENTARPROZESSEN

Um die innere Struktur eines Produktionssystems näher beschreiben zu können, sei zunächst der Begriff der Zerlegbarkeit eingeführt. Sei S ein Produktionssystem. Dieses System ist *zerlegbar*, wenn es wenigstens zwei Subsysteme s und s' gibt, für die gilt:

$$P^{\delta}(s), P^{\delta}(s') \neq \emptyset; \quad s, s' \in S. \quad (9)$$

Ein Produktionssystem soll ›zerlegbar‹ heißen, wenn Prozeßkombinationen, die aus Elementen des Systems gebildet werden, durchführbar sind. Die Teilkombinationen müssen also in irgendeiner Weise technisch sinnvoll sein. Es ist einleuchtend, daß ein zerlegbares Produktionssystem entweder ein vereinigttes oder ein integriertes Produktionssystem sein muß.¹⁴

Zerlegt man ein zerlegbares Produktionssystem in Teilsysteme, diese wiederum in noch kleinere Einheiten usw., so wird man schließlich zu letzten, unzerlegbaren Prozessen kommen. Diese können identisch sein mit der einfachen Arbeit, es kann sich aber auch um komplexere Fertigungseinheiten handeln, die nur in integrierter Form technisch durchführbar sind.

Prozeßkombinationen, die nicht zerlegbar sind, nennen wir *Elementarprozesse* e . Ein zerlegbares Produktionssystem S besteht aus n unzerlegbaren Elementarprozessen. Zu jedem Elementarprozeß $e \in S$ gibt es ein Güterspektrum x_i , das mit e_i realisiert werden kann, wobei hier gilt: $x_i = P^{\delta}(e_i)$. x_i ist das *realisierbare* Güterspektrum des Elementarprozesses e_i . Aus der Definition des Elementarprozesses erhellt, daß e_i wenigstens ein Element enthalten muß; allgemein werden es mehrere Güterarten sein.

Ist S ein Produktionssystem, das aus Elementarprozessen zusammengesetzt ist, und ist Z eine Menge von Produktionszielen (ein Produktionsprogramm), die in die korrespondierende Menge X von Güterarten transformiert werden soll, $Z \rightarrow X$, so ist Z nur durchführbar, wenn gilt:

$$Z \rightarrow X: \quad X \subseteq \left\{ \bigcup_{i \in I_e} P^{\delta}(e_i) \right\} \quad \text{für} \quad S = \bigcup_{i \in I_e} e_i. \quad (10)$$

Man muß also die Produktionsziele, respektive Güterarten, mit den Produktionsmöglichkeiten $P^{\delta}(e_i)$ der Elementarprozesse bilanzieren. Da hier von Qualitäten oder Formen die Rede ist, kann man (10) die *Formbilanz der Produktion* nennen. Das Produktionssystem S ist hier zu begreifen als vereinigttes Produktionssystem aus den Elementarprozessen e_i .

Ein derartiges System von Elementarprozessen S sei nun gegeben. Es gibt dann hierzu eine Menge von Produktionszielen Z , die exakt mit den realisierbaren Güterspektren

$$X = \bigcup_{i \in I_e} x_i$$

bilanziert sind, d.h. $Z \rightarrow X$. Nun fügen wir den Produktionszielen irgend ein weiteres Ziel $z_{n+1} \notin Z$ hinzu, das in S nicht realisierbar ist. Welcher Art müßte nun die technische Änderung sein, damit z_{n+1} realisiert werden könnte? Es lassen sich hier drei Veränderungsarten unterscheiden: *Erstens* ist denkbar, daß eine Erfindung P^{μ} so erweitert, daß $z_{n+1} \in P^{\delta}(S)$. Voraussetzung ist hierbei, daß für den entsprechenden Prozeß P_{n+1} auch gilt $P_{n+1} \in P^{\nu}(S)$. *Zweitens* ist es denkbar, daß S auf geeignete Weise integriert wird, so daß

¹⁴ Vgl. K.-H. Brodbeck (1981), s. 29f.

$$z_{n+1} \in P^{\delta}(S_v), \text{ mit: } S_v = \{(v)e_i\}_{i \in I_e} \text{ und } \{(v)e_i\}_{i \in I_e} = e_1(v) e_2(v) \dots (v) e_n.$$

In diesem Falle wäre vorausgesetzt, daß ein entsprechendes technisches Verfahren bereits bekannt ist, oder simultan gewonnen wird, wie unter dem ersten genannten Punkt. *Drittens*, und dieser Punkt sei nun näher erörtert, ist es denkbar, daß zwar $z_{n+1} \in P^{\mu}(S)$, daß also zur Realisierung von z_{n+1} ein technisches Verfahren bekannt ist, das neue Produktionsziel aber nicht mit den gegebenen Ressourcen und Arbeitsarten realisiert werden kann. Damit die Formbilanz der Produktion wieder erfüllt werden kann, muß S folglich wenigstens ein zusätzlicher Elementarprozeß hinzugefügt werden, der das neue Produktionsziel zu realisieren erlaubt.

Wir wollen nun zwei Typen von Elementarprozessen unterscheiden: Einen handwerklichen Fertigungstyp e_w und einen mechanisierten oder automatisierten Fertigungstyp e_m . Die Elementarprozesse vom Typ e_w werden unterschieden durch bestimmte Arbeitsarten; sie stellen Kombinationen aus einer Arbeitsart und notwendigen Werkzeugen dar. Die Prozesse vom Typ e_m sind charakterisiert durch verschiedenste Maschinentypen und Arbeitsarten, die bei alternativen Maschinentypen invarianten Bedienungsfunktionen beinhalten. Maschinen werden entweder von angelernter, einfacher Arbeit bedient, oder von höher qualifizierten Technikern überwacht. In beiden Fällen bleibt der Tätigkeitstypus mehr oder minder unverändert, während die Anwendung der Maschine (oder der Automaten) vielfältig variieren kann. Wir fassen dies in folgender Annahme zusammen:

Annahme: Den Elementarprozessen vom Typ e_w korrespondiert eine Menge von Arbeitsarten a_w , wobei diese Arbeitsarten durch das zu realisierende Produktionsziel definiert sind; den Elementarprozessen vom Typ e_m korrespondieren vom Produktionsziel unabhängige Bedienungsfunktionen a_m .¹⁵

Der menschlichen Tätigkeit, soweit sie nur Werkzeuge benützt, sind Schranken gesetzt. Es gibt eine große und wachsende Klasse von Produktionszielen, die maschinelle Produktion schon zur Voraussetzung haben. Wie immer handwerkliche Fertigungstypen auch in der industriellen Produktion eingesetzt sein mögen, sie zielen auf bestimmte charakteristische Fertigungsmerkmale, die kaum einer Änderung unterliegen. Während den handwerklichen Fertigungstypen also Schranken auferlegt sind, gibt es für die Produktionsziele keine Beschränkung als menschliche Bedürfnisse und die Phantasie, Erhöht sich also die Zahl der Produktionsziele, so werden vermehrt Zielarten einbegriffen sein, die jenseits der Beschränkung liegen, die Elementarprozessen vom Typ e_w auferlegt ist. Die zusätzlichen Produktionsziele erfordern folglich mechanisierte Fertigungstypen. Definieren wir mit k den Mechanisierungsgrad

$$k = \frac{m}{w}; \text{ mit: } m = |e_m| \text{ und } w = |e_w|. \quad (11)$$

¹⁵ Tätigkeiten, die sich auf die Erarbeitung des technischen Wissens, die Lehre und Ausbildung etc. beziehen, bleiben hier ausgeklammert.

so gilt folgende Aussage:

3. Satz: Erweitert sich das Spektrum der Produktionsziele bzw. das realisierbare Güterspektrum, so steigt der Mechanisierungsgrad.¹⁶

Betrachten wir die Arbeitsarten und berücksichtigen wir, daß die Bedienungsfunktionen der Maschinen sich nicht mit den Anwendungsfunktionen der Maschinen ändern, so leuchtet sofort ein, daß die Zahl der Arbeitsarten nicht zunimmt, wenn das Güterspektrum erweitert wird. Berücksichtigt man zudem, daß durch Maschinen auch manuelle Arbeiten ersetzt werden, Prozesse vom Typ e_w also durch Prozesse vom Typ e_m substituiert werden, so sieht man, daß eher ein Sinken der Zahl der Arbeitsarten zu erwarten sein wird.¹⁷

$$a = \varphi(g), \quad \varphi'(g) < 0, \quad (12)$$

wobei

$$a = |a_w \cup a_m| \quad \text{und} \quad g = |X|$$

(realisierbares Güterspektrum). Aus Gründen der Bequemlichkeit bilden wir a und g wieder durch geeignete Zurechnung der Intervalle auf die Menge der reellen Zahlen ab.

Man kann also festhalten, daß eine zunehmende *Mechanisierung* der Produktion logisch äquivalent ist mit einer Vervielfältigung der Produktionsziele. Mechanisierung zeigt sich hier als *produktionstechnische Konsequenz* einer Vervielfältigung der menschlichen Bedürfnisse, nicht als Resultat einer Knappheit des Faktors Arbeit (Neoklassik) oder des Klassenkampfes zwischen Arbeit und Kapital (Marxismus). Eine Substitution zwischen Prozessen vom Typ e_w durch solche vom Typ e_m könnte durch die beiden genannten Paradigmata gleichfalls nicht erklärt werden, sofern von der Arbeit die Rede ist. Auch wenn sich die Zahl der Arbeitsqualitäten verringert, kann sich die Zahl der Beschäftigten erhöhen. Geht man aber davon aus, daß handwerkliche Tätigkeitsarten im Durchschnitt höher qualifiziert sind, als die Bedienungsfunktionen der Maschinen, so liegt hierin ein Anreiz zur Substitution, da einfache (angelernete) Arbeit leichter verfügbar ist, als qualifizierte. Dies wird die Tendenz, den Mechanisierungsgrad zu erhöhen, *verstärken*, in bestimmten Perioden vielleicht auch dominierend beeinflussen. Vorausgesetzt werden muß hier allerdings, daß ein technisches Wissen vorhanden ist, das die Realisierung derselben Produktionsziele mit alternativen Typen von Elementarprozessen erlaubt.

5 EVOLUTION VON PRODUKTIONSSYSTEMEN

Sieht man ab von nichtreproduzierbaren Ressourcen, so sind nichtmenschliche Produktionsfaktoren Resultate zeitlich vorgelagerter Produktionsprozesse. Ändern sich also in früheren

¹⁶ Ein nicht-intuitiver Beweis für 3. Satz wird in K.-H. Brodbeck, (1981), S36f. gegeben.

¹⁷ Es sollte nochmals betont werden, daß hier nur von der materiellen Produktion im engeren Sinne die Rede ist, Verwaltungs- und Dienstleistungsberufe sind also gänzlich außer Acht gelassen.

Perioden die Produktionsziele, so ändern sich in späteren Perioden die Bestände der Produktionsfaktoren. Nun ist zwar jedes Produkt ein realisiertes Produktionsziel, es ist aber - wie bereits gesagt - nicht a priori auszumachen, welche Produktionsziele mit bestimmten (produzierten) Ressourcen realisiert werden können. Die teleologische Relation $Z \rightarrow X$ ist nicht symmetrisch: Man kann mit Hammer und Amboß eine Zange schmieden, nicht aber mit einer Zange Hammer und Amboß fertigen, d.h. ein realisiertes Produktionsziel = Produkt ist in der Regel nicht in der Lage, wiederum dieses Produktionsziel realisieren zu helfen. Gleichwohl ist es denkbar, daß Produktionssysteme qualitativ reproduziert werden. Ein Produktionssystem S ist *qualitativ reproduzierbar*, wenn gilt:

$$R \subseteq S: R \subseteq P^{\delta}(S). \quad (13)$$

Dies bedeutet, daß ein System dann reproduziert werden kann, wenn die Ressourcen dieses Systems wiederum eine Teilmenge des realisierbaren Güterspektrums sind. Vorausgesetzt ist hier, daß die Arbeitsarten und Produktionsziele gleichfalls unverändert bleiben, durch erneute Ausbildung und Tradition bewahrt bleiben. Um einzusehen, daß (13) überhaupt logisch möglich ist, braucht man S nur als Turing-Automat begreifen, der sich selbst reproduzieren kann. Ob die Reproduzierbarkeit empirisch gewährleistet ist, hängt ab von der Natur der technischen Verfahren und der Art der Produktionsziele.

Betrachten wir nun ein System, für das (13) erfüllt ist, und für das P^{μ} , das technische Wissen, konstant bleibt. Es fragt sich dann, ob trotz der *Möglichkeit* der Reproduktion S auch *tatsächlich* reproduziert wird. Ist ein Produktionsziel prinzipiell realisierbar in einem Produktionssystem S , so hängt die Verwirklichung dieser Möglichkeit von einer Reihe von Faktoren ab, die die Entscheidung des hierfür verantwortlichen Wirtschaftssubjektes beeinflussen. Sieht man von komplementären und lebensnotwendigen Gütern ab, so werden die verbleibenden Produktionsziele nur mit einer Wahrscheinlichkeit realisiert, die kleiner als eins sein wird. Bleibt die Zahl der Güter konstant, die mit einer Wahrscheinlichkeit von eins produziert werden, so läßt sich sofort zeigen:¹⁸

4. Satz: Je größer die Zahl der realisierten Güter ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, daß Produktionssysteme reproduziert werden, auch bei konstantem technischen Wissen.

Und natürlich muß dann auch gelten:

¹⁸ Der Satz und das Korollar ist leicht einzusehen: Sei das Güterspektrum durch die Menge:

$$X = \{X_1, \dots, X_r, X_{r+1}, \dots, X_n\}$$

gegeben. Die Güterarten 1 bis r seien »lebensnotwendig«, sollen also in jedem Fall produziert werden. Die Wahrscheinlichkeit ihrer Produktion ist gleich eins. Für die $n-(r+1)$ nichtkomplementären und nicht lebensnotwendigen Güter sei die Wahrscheinlichkeit ihrer Produktion p_i , $i = r+1, \dots, n$. Annahmegemäß ist $p < 1$. Die Wahrscheinlichkeit p dafür, daß X realisiert wird ist folglich:

$$p = 1 \cdot 1 \cdot (\dots) \cdot 1 \cdot p_{r+1} \cdot p_{r+2} \cdot (\dots) \cdot p_n \ll 1.$$

Es ist auch klar, daß p sinkt, falls sich n erhöht, da r unverändert bleibt. Ist n hinreichend groß, so wird p gegen null konvergieren. Das gilt auch, falls die p_i sich mit n ändern, sofern sie nur strikt kleiner als eins bleiben.

5. Korrolar: Erweitert sich durch die wirtschaftliche Entwicklung das Güterspektrum, vervielfältigt sich die Zahl der Produktionsziele, so konvergiert die Wahrscheinlichkeit für die qualitative Reproduktion von Produktionssystemen gegen null.

Je komplexer also die Produktionsstruktur ist, desto unwahrscheinlicher ist es, daß sich Produktionssysteme im Zeitablauf *qualitativ* nicht ändern. Das gilt natürlich um so mehr, als sich zugleich auch das technische Wissen ändern wird. Dies liefert das wichtigste Indiz dafür, daß die wirtschaftliche Entwicklung wesentlich *evolutionär* verläuft. Die wirtschaftliche Entwicklung, deren Motor das Produktionssystem ist, reflektiert im zeitlichen Ablauf die Asymmetrie der teleologischen Relation $Z \rightarrow X$; sie ist unwiederholbar und unumkehrbar, verläuft nicht als mechanische Lokomotion, sondern als historischer Prozeß.¹⁹

So wenig wahrscheinlich eine exakte qualitative Reproduktion eines Produktionssystemes ist, so unwahrscheinlich ist ein vollständiger Wandel, nachdem nichtmenschliche Ressourcen erneuert werden müssen. Beide Extreme lassen sich so charakterisieren: Einem vollständigen Wandel des Produktionssystems in einem definierten Zeitintervall entspricht die Bedingung:

$$R \subseteq S: R \cap P^\delta(S) = \emptyset;$$

eine vollständige Reproduktion liegt vor für:

$$R \subseteq S: R = P^\delta(S).$$

Dem walrasianischen System liegt die erste Variante zugrunde²⁰, Sraffas *production of commodities by means of commodities*²¹ die zweite. Betrachtet man hingegen die Produktionsziele als Variablen, dann erweisen sich beide Betrachtungsweisen nur als Extremfälle eines allgemeineren Zusammenhanges. Nur für beide Extremfälle lassen sich überhaupt Gleichgewichtspreise definieren.

Variable Produktionsziele, d.h. das Auseinanderfallen der teleologischen und der kausalen Relationen, führen zu einer echten Paradoxie: Gleichgewichtspreissysteme sind nur ableitbar in gegebenen Güterräumen. Doch die Art des Güterraumes, die Qualität der Güter, wird im Marktprozeß selbst erst durch die Entscheidungen der Wirtschaftssubjekte festgelegt in Beantwortung der Frage, ob ein Produktionsziel realisiert wird oder nicht. Diese Entscheidun-

¹⁹ Ausgehend von Überlegungen, die eine Analogie zur Thermodynamik suchen, kommt N. Georgescu-Roegen zum selben Resultat. Vgl. hierzu Georgescu-Roegen, (1971), besonders Chapter VIII. Es ist kennzeichnend für das mechanische Denken, wenn die Bewegung der Produktion als linearer Prozeß angesehen wird, die durch einen historischen Determinismus geprägt ist. Nur prima facie ist es erstaunlich, daß ausgerechnet der ›Dialektiker‹ K. Marx solch einen mechanischen Determinismus vertreten hat: »Das industriell entwickeltere Land zeigt dem minder entwickelten nur das Bild der eignen Zukunft.« (MEW, Bd. 23, S.12). Dieser Vorwurf kann aber auch neoklassischen Modellen nicht erspart werden, die - wie das Vorbild der Dynamik in der Physik - mit einer Hamilton-Funktion den gesamten dynamischen Verlauf eines Produktionssystem glaubt beschreiben zu können.

²⁰ Vgl. L. Walras, (1881), S. 1 ff.

²¹ P. Sraffa, (1960).

gen hängen selbst jedoch wiederum von den Preisen ab. Dies führt zu Unstetigkeiten, die den Gleichgewichtsbegriff sinnlos werden lassen. Sinkt etwa der Preis eines Gutes in einem Gleichgewichtssystem, bei dem Produktionsziele und Güterarten implizit gleichgesetzt sind, so reagieren die Wirtschaftssubjekte nur mit Mengenänderungen. Tatsächlich wird aber zu erwarten sein, daß ab einer gewissen Schwelle eines Güterpreises das Gut selbst vom Markt verschwindet und eine neue Güterart gesucht und eingeführt wird.

Dies läßt sich an einem einfachen Modell demonstrieren. Nehmen wir an, es werden n Güterarten produziert. Die Produzenten bieten den Gütervektor \mathbf{x}^0 an, falls der Preisvektor der Güter eine gewisse Höhe erreicht. Das läßt sich so formulieren für irgend ein Gut \mathbf{i} , $\mathbf{i} = 1, \dots, n$,

$$x_i = \begin{cases} x_i^0 & \text{für } p_i \geq c_i \\ \mathbf{0}; x_i' & \text{ersetzt } x_i \end{cases} \quad (14)$$

Unterschreitet p_i die Schwelle c_i , so wird jede entsprechende Güterart durch ein neues Gut ersetzt, also x_i durch eine Menge x_i' für $p_i < c_i$. Nehmen wir an, daß bei der Produktion der Mengen \mathbf{x} durch entsprechende Nachfrageverhältnisse der Preisvektor \mathbf{p} die Märkte räumt. Ist nun die Voraussetzung $p_i \geq c_i$ nicht für alle p_i erfüllt (es gibt also wenigstens ein $p_j \neq p_i$ mit $p_j < c_j$, $\mathbf{i}, \mathbf{j} \in \mathbf{I}_x$), so substituieren einige Anbieter die entsprechende Güterqualität der Güterart \mathbf{j} durch eine andere; sie bieten nun die Menge x_j' an. Hier können wir das Spiel wiederholen. Das System wird nie einen Gleichgewichtspreis erreichen, solange für einige p_j bei irgend einer Güterart gilt $p_j < c_j$. Das Resultat ist, daß dieses System bei beständigem Ungleichgewicht evolutionär sein Güterspektrum qualitativ ändert.

In der obigen Illustration haben wir aus Gründen der Einfachheit die Zahl der Güterarten konstant gehalten. Das ist natürlich unrealistisch. Wir wollen nun noch untersuchen, wie sich der Evolutionsprozeß der Güterarten formal darstellen läßt mit Hilfe unserer bisherigen Annahmen. Da, wie bereits bemerkt, neue Produktionsziele nicht antizipierbar sind, wollen wir auch hier nur die Zahl der Güter- und Faktorarten berücksichtigen. Die Änderungen der Güterqualitäten schlagen sich nieder im Prozeß der wirtschaftlichen Evolution in Veränderungen des Güterspektrums, d.h. der Zahl der Güterarten. Komplexere, technisch entwickeltere Systeme können dann charakterisiert werden durch eine größere Anzahl der Faktoren und der produzierten Güter.

Um die Analyse zu vereinfachen nehmen wir an, daß vom jeweils realisierbaren Güterspektrum ein fixer Prozentsatz²² tatsächlich realisiert wird. Ferner sei vorausgesetzt, daß prinzipiell alle Güter auch als Ressourcen dienen können und die Lebensdauer der Ressourcen gleich ist. Weiterhin wird auch abstrahiert von nichtreproduzierbaren Ressourcen. Es läßt sich dann zeigen, daß gilt:

6. Satz: Die Dynamik der Zahl der Güterarten wird beschrieben durch:

²² Ohne Verlust der Allgemeinheit können wir hier annehmen, daß alle Güterarten des realisierbaren Güterspektrums realisiert werden.

$$g_{t+1} = \psi[g_t + \varphi(g_t) + z_t]; \quad \psi(\cdot)' > 0.$$

Die Funktion $\psi(\cdot)$ ist stetig und mehrmals differenzierbar. Hierbei ist g_{t+1} die Zahl der Güter- (=Ressourcen-)arten der nächsten betrachteten Periode, die tatsächlich produziert werden. Im einfachsten Fall - der unserem obigen Beispiel entspricht - ist $z_t = z = \text{const}$. Die Dynamik der Zahl der Güterarten wird dann wesentlich bestimmt durch die Eigenschaft der Funktion, die in $\psi(\cdot)$ impliziert ist, und von $\varphi(\cdot)$, der Zahl der Arbeitsarten. Unterstellen wir weiterhin, daß eine bestimmte Zahl von Gütern in jeder Situation produziert werden; diese Zahl war r . Mehr als alle z Produktionsziele können nicht realisiert werden, weshalb für g_t stets gelten muß:

$$g \in G; \text{ wobei } G := \{ g \mid r \leq g \leq z \}. \quad (15)$$

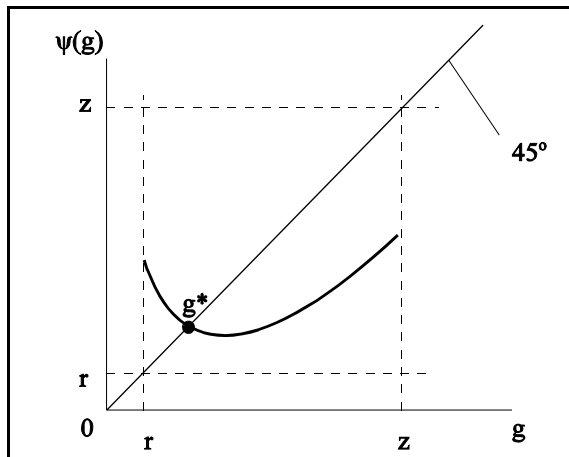


Abbildung 2

Nach 6. Satz existiert folglich mit (15) eine Abbildung der Menge G auf sich selbst; G hat also einen Fixpunkt g^* . Die Eigentümlichkeit der Lösungsmöglichkeiten macht man sich am besten graphisch klar. $\psi(\cdot)$ ist eine zunehmende, $\varphi(\cdot)$ eine abnehmende Funktion, weshalb der nachfolgende Funktionsverlauf zu erwarten sein wird (Abbildung 2). Die Funktion $\psi(\cdot)$ ist nur in dem Intervall $g \in G$ definiert. Ein Gleichgewicht $g^* = g_{t+1} = g_t$ ist entlang der 45°-Linie zu erwarten oder an den Rändern r bzw. z . Untersuchen wir die Dynamik der Zahl der Güterarten in einem Stabilitätsdiagramm, so lassen sich drei Lösungstypen unterscheiden.

Wir bilden hierzu:

$$\Delta g(t) = g_{t+1} - g_t = \psi(\cdot) - g_t$$

und erhalten somit drei typische Verläufe (vgl. Abbildung 3).

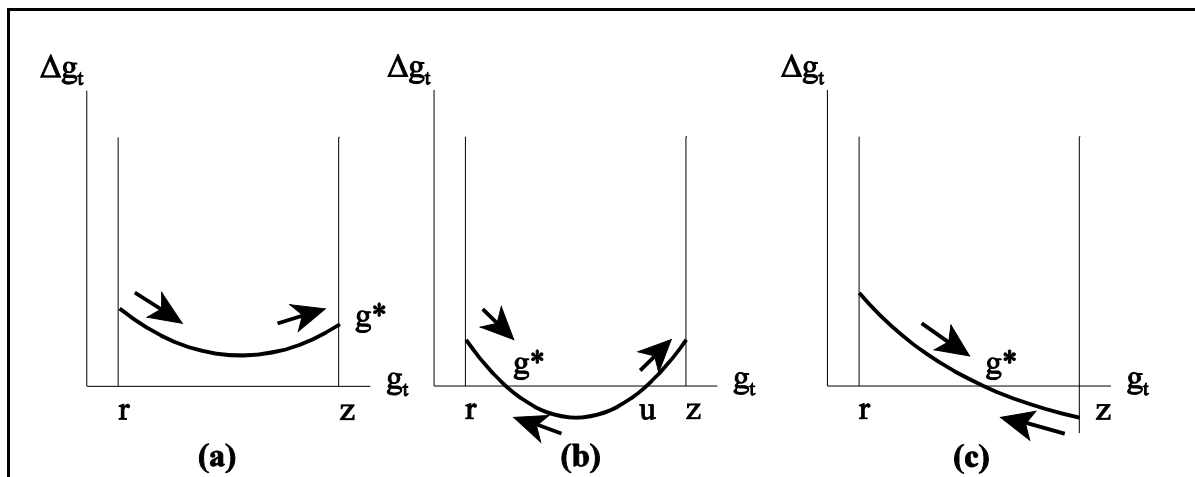


Abbildung 3

D
i
e
S
i
t
u
a
t
i
o
n
v
o
n
A
b
b
i
l
d
u
n
g
2
e
n
t
s
p
r

icht einer stabilen internen Lösung \mathbf{g}^* wie sie in Abbildung 3 (c) skizziert ist. Die Dynamik der Zahl der Güterarten stabilisiert sich hier auf einem Niveau, das deutlich unterhalb von \mathbf{z} liegt. Diese Situation gilt partiell auch bei Abbildung 3 (b). Wird dort jedoch ein Wert \mathbf{g}_t realisiert, der größer als \mathbf{u} ist, dann entfaltet sich ein dynamischer Prozeß der Ausdehnung des Güterspektrums, bis die Schranke \mathbf{z} erreicht wird. Dieselbe Situation wird in Abbildung 3 (a) für das gesamte definierte Intervall vorliegen. Man kann noch anfügen, daß in Abbildung 3 (c), falls \mathbf{r} größer als \mathbf{g}^* wäre, die untere Grenze realisiert bliebe; solch ein System würde nur die notwendigen Güterarten produzieren.

Die Voraussetzung, daß \mathbf{z}_t konstant ist, bleibt natürlich nicht aufrechtzuerhalten. Stellen wir uns vor, daß sich \mathbf{z} langsam parametrisch erhöht. In Abbildung 3 (a) würde sich $\mathbf{g}^* = \mathbf{z}$. dann langsam mit \mathbf{z} sich nach rechts verschieben, \mathbf{g}^* in Abbildung 3 (c) bis die Schranke \mathbf{z} (bzw. ein entsprechender Prozentsatz hiervon, der als konstant unterstellt war) erreicht wird. Solange das technische Wissen und \mathbf{z} konstant bleiben, entsprächen derartige Gleichgewichtslösungen \mathbf{g}^* reproduktiven Systemen vom Sraffa-Leontief-Typ, bei dem die Güterarten unverändert bleiben. Wie man sieht, muß auch hier die Zahl der Produktionsziele nicht mit der Zahl der Güter zusammenfallen.

Komplizierter stellt sich die Situation in Abbildung 3 (b) dar.²³ Erhöht sich hier parametrisch \mathbf{z} , so rücken \mathbf{g}^* und \mathbf{u} immer näher zusammen. \mathbf{u} ist ein kritischer Punkt, an dem das dynamische Verhalten des Systems umschlägt. Wird $\mathbf{g}^* = \mathbf{u}$, so liegt in der Gleichgewichtslösung ein Katastrophepunkt vor²⁴. Die parametrische Erhöhung der Produktionsziele erreicht einen kritischen Punkt, an dem das dynamische Verhalten des Innovationsprozesses umkippt von einem qualitativ reproduktiven System, das schrittweise neue Güter einführt, in ein System, das in rascher Folge die Güter- und Faktorarten vervielfältigt. Hiermit kann erklärt werden, wie ein stationäres Produktionssystem durch kleine Veränderung sich grundlegend wandelt und in einen Zustand fortschreitender und beschleunigter Evolution übergeht. Wie sich oben ergeben hat ist solch eine ›progressive‹ Phase der Innovationen begleitet von fortschreitender Mechanisierung und einem Sinken der Zahl der Arbeitsarten.

Geht man noch einen Schritt weiter und nimmt an, daß sich die Zahl der Produktinnsziele endogen bestimmen läßt, so zeigt sich die Möglichkeit von technologisch bedingten Zyklen in der Evolution der Produktionssysteme. Man kann annehmen, daß die Zahl der neuen Produktionsprojekte einmal abhängt von der Zahl der Güterarten, die bislang realisiert sind; zum anderen ist aber auch zu erwarten, daß die Zahl neuer Projekte sinkt, wenn die Zahl der *nicht* realisiert verbleibenden Produktionsziele $\mathbf{z} - \mathbf{g}$ zunimmt. Diese Überlegung läßt sich in der einfachsten Form etwa so darstellen:

$$\Delta z_t = \alpha g_t - \beta(z_t - g_t); \quad \alpha, \beta > 0. \quad (16)$$

²³ Vgl. hierzu K.-H. Brodbeck, (1981), S. 70 -75.

²⁴ Vgl. R.Thom, (1975), S. 42 ff.

Sind entsprechende Werte der Parameter α und β vorausgesetzt, und erfüllen die Ableitungen $\psi'(\cdot)$ und $\varphi'(\cdot)$ hinreichende Bedingungen²⁵, so besitzt die Matrix des Systems aus dem 6. Satz und (16) komplexe Eigenwerte, d.h. es können Oszillationen der Güter- und Faktorarten erwartet werden.

Damit ergibt sich das Resultat, daß unabhängig von Wirtschaftsordnungen Schwankungen der wirtschaftlichen Entwicklung möglich sind, die durch spezifische Eigenschaften des Produktionssystems, d.h. technisch verursacht werden. Derartige Schwankungen werden dann zu erwarten sein, wenn erstens die Arbeitsarten noch einen bestimmenden Einfluß auf die angewandten Techniken ausüben, zweitens die verwendeten Maschinen bzw. Werkzeuge so stark spezialisiert sind, daß alternative Kombinationsmöglichkeiten zu vielfältigen technischen Verknüpfungen wenig wahrscheinlich sind (formal: wenn $\psi'(\cdot)$ und $\varphi'(\cdot)$ hinreichend klein sind). Ist umgekehrt in der Wirtschaftsordnung institutionalisiert, daß die Produktionsziele rasch vervielfältigt werden, ist also das Erproben neuer Projekte im Prinzip der Wirtschaftsordnung verankert, so ist (β wäre dann hinreichend klein und/oder α entsprechend groß) eher eine stetige Entwicklung der Technik zu erwarten.

In marktwirtschaftlichen Systemen sind es also gerade die permanenten »Störungen des Gleichgewichtes«, die eine stetige Wachstumsentwicklung begünstigen und verursachen.²⁶ Die spezifisch ökonomischen Umstände, die diesen Prozeß wiederum zu stören geeignet sind, sind hierbei natürlich ausgeklammert. Jene Faktoren aber, welche die Vervielfältigung der Produktionsziele begünstigen oder hemmen, werden auch die Evolution des marktwirtschaftlich organisierten Produktionssystems begünstigen oder hemmen.

ANHANG: BEWEISE

Beweis zu 2. Satz: Sei das Gegenteil richtig, d.h. $[P^u - P'^u] \cap P^v = \emptyset$ und $[P^u - P'^u] \cap P'^v = \emptyset$, für $P^\delta(S \cup S') \subset P^\delta$

²⁵ Man erhält, sieht man von Katastrophepunkten und ihrer Umgebung ab, für die Umgebung von (g^*, z^*) , Lösungen des Systems von 6. Satz und (16):

$$\begin{bmatrix} \Delta g_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi'(1+\varphi')-1 & \psi' \\ \alpha+\beta & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g-g^* \\ z-z^* \end{bmatrix}.$$

Eine notwendige Bedingung für komplexe Eigenwerte der Matrix ist dann:

$$\psi'(1+\varphi') - 1 < 0.$$

Ist $(\alpha+\beta)/\beta > z/g$, so ist $\Delta z_t > 0$ für alle t . ψ verschiebt sich in diesem Fall stetig nach oben. g wird dann die Schranke z erreichen und mit der oberer Beschränkung stetig wachsen, d.h. Oszillationen sind dann ausgeschlossen. Für komplexe Eigenwerte ist es erforderlich, daß der negative feedback β hinreichend groß ist.

²⁶ Vgl. J.Schumpeter, (1952), sechstes Kapitel.

ERROR: undefined
OFFENDING COMMAND: F0S63YFFFF

STACK: